

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Дискретная математика», 2 семестр

1. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам Элементы теории множеств и Алгебраические системы-, включает 5 и 6 заданий. Выполняется письменно.

2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы оценивается в 5 баллов.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если решено одно или два задания. Оценка составляет **5-10** баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если решено три задания. Оценка составляет **15** баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если решено четыре задания. Оценка составляет **20** баллов.

Работа считается выполненной на **продвинутом** уровне, если решено пять или шесть заданий. Оценка составляет **25-30** баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

Элементы теории множеств

- Для отношений $P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$ и $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \cdot y > 0\}$ найти $P \circ Q$, $Q \circ P$, $P \circ P$ и P^{-1} .
- Пусть A и B — конечные множества мощности m и n соответственно. Найти:
 - число бинарных отношений между элементами множеств A и B ;
 - число функций из A в B ;
 - число инъекций из A в B ;
 - число биекций из A в B .
- Доказать следующие эквивалентности:
 - $A \times B \sim B \times A$; б) $(A \times B)^C \sim A^C \times B^C$.
- Доказать, что:
 - если A — конечное множество, B — подмножество множества A , то множество B конечно;
 - если $A_1, \dots, A_n$ — конечные множества, то множества $A_1 \cup \dots \cup A_n$ и $A_1 \times \dots \times A_n$ конечны.
- Доказать, что если A — счетное множество, B — конечное множество, то множество $A \setminus B$ счетно.
- Доказать, что если множества A_i , $i \in \omega$, счетны, то множество $\bigcup_{i \in \omega} A_i$ счетно.

Алгебраические системы

1. Определены ли на множествах $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $2\mathbb{Z} = \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$, $2\mathbb{Z} + 1 = \{2n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^+ = \{a \in \mathbb{R} \mid a > 0\}$, $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ и $\mathbb{C}$ следующие операции:
 - а) $(a, b) \mapsto a + b$;
 - б) $(a, b) \mapsto a - b$;
 - в) $(a, b) \mapsto a \cdot b$;
 - г) $(a, b) \mapsto \frac{a}{b}$;
 - д) $(a, b) \mapsto \frac{a+b}{2}$;
 - е) $(a, b) \mapsto \sqrt{ab}$;
 - ж) $(a, b) \mapsto ab - ba$;
 - з) $(a, b) \mapsto \min\{a, b\}$;
 - и) $(a, b) \mapsto \max\{a, b\}$;
 - к) $(a, b) \mapsto a^b$;
 - л) $(a, b) \mapsto a$?
2. Установить, образуют ли алгебры следующие системы:
 - а) $\langle \omega; +, - \rangle$; б) $\langle \mathbb{Z}; \cdot, \cdot \rangle$; в) $\langle \mathbb{R}; \cdot, -, 1 - 2i \rangle$.
3. Обозначим через $\mathcal{F}$ множество функций, действующих на множестве A . Образуется ли система $\langle \mathcal{F}; \circ \rangle$: а) полугруппу, б) моноид, в) группу?
4. Построить изоморфизм систем $\langle \{1, 2, 3, 4\}; \{(1, 3), (1, 4), (4, 2), (3, 2)\} \rangle$ и $\langle \{a, b, c, d\}; \{(b, a), (c, b), (c, d), (d, a)\} \rangle$. Построить все гомоморфные образы указанных систем.
5. Построить всевозможные попарно неизоморфные группы с двух-, трех- и четырехэлементными носителями.